Analisi ad elementi finiti dei meccanismi fuori piano

Roberto Spagnuolo – Softing srl

Questo articolo è stato presentato allo IWSS2020 - 1^{st} Italian Workshop on Shell and Spatial Structures tenutosi il $25^{th} - 26^{th}$ June 2020 in video conferenza.

Sommario

Nell'analisi delle strutture murarie, generalmente le analisi del comportamento nel piano e fuori piano vengono condotte separatamente, qui si propone una metodologia di analisi FEM che consente un'analisi che contempla di considerare simultaneamente i due fenomeni.

Introduzione

Lo scopo di questo studio non è teorico, ma è quello dell'applicazione pratica della meccanica computazionale ai problemi quotidiani di progettazione strutturale. La domanda che ci si pone è se per l'analisi delle murature, sia veramente necessaria un'analisi cinematica specifica e non generale dei meccanismi di stabilità fuori piano. Mostreremo come il metodo della linea delle pressioni (thrust line), determinata tramite un'analisi FEM, consenta di determinare in modo del tutto generale la stabilità fuori piano della muratura. Per ottenere questo risultato è necessario impiegare uno specifico elemento finito a strati (layered) con ogni strato costituito da materiale descritto tramite leggi che consentano di definire il comportamento no-tension del materiale. Lo scopo di questo articolo ì quindi quello di fornire al progettista un metodo pratico per l'analisi del tutto generale dei meccanismi fuori piano delle murature.

Oltre al problema, infatti, della resistenza delle murature nel piano, vi è il problema dei meccanismi di collasso fuori del piano che normalmente vengono affrontati tramite analisi limite cinematica, analisi che comporta, oltre tutto, una classificazione a priori dei meccanismi ipotizzati.

Vogliamo qui mostrare come questo tipo di analisi possa essere affrontata in modo del tutto generale tramite una analisi FEM,

Per questo scopo è necessario un elemento "degenerate shell" a 8 nodi, a strati (layered) e con ogni strato costituito da materiale a comportamento no-tension con fessurazione rotante diffusa (rotating smeared crack). La struttura a strati e il comportamento no-tension consentono di determinare con precisione la linea delle pressioni (thrust line).





Fig. 1 - L'elemento guscio come elemento solido

Fig. 2 – "Degenerate shell"



Fig. 3 – Struttura a strati (layer) dell'elemento Fig. 4 – Linea delle pressioni in una



sezione "no-tension"

Applicazione ad un arco

Si è applicato questo approccio al più immediato problema, quello dell'arco. Si è subito notato il diverso comportamento tra un approccio con comportamento lineare (fig. 5) e invece non lineare (fig. 6) il quale consente di rappresentare il comportamento monolatero del materiale. Infatti l'approccio FEM della linea delle pressioni ad un arco non è nuova, ma è stata spesso condotta per via elastica lineare mentre l'approccio non lineare offre una soluzione più vicina alla realtà dei fatti.



Fig. 5 – Eccentricità della linea delle pressioni. Fig. 6 – Come figura 5 ma con materiale no-tension

Analisi lineare



Fig. 7 – Come la figura 6 ma con la linea delle pressioni rappresentata come una striscia solida



Fig. 8 – Sforzi principali nella cupola mostrano le tensioni circonferenziali alla fascia di base



Fig. 9 – Fessure verticali nella cupola del Pantheon durante i restauri del 1925

Applicazione ad una cupola



Fig. 10 – Sezione di cupola emisferica con la linea delle pressioni



Fig. 11 – Raffronto con i risultati da [3]



Fig. 12 – Spicchio della cupola

Più stimolante è il problema delle volte in generale e delle cupole, qui ci si è subito imbattuti in un problema: la fessurazione verticale nella fascia basale delle cupole rende subito mal-condizionato il problema. Ricorrendo ad un "drogaggio" della matrice di rigidezza per questi specifici malcodizionamenti, si sono ottenuti risultati confortanti. In figura 9, le lesioni verticali della cupola del Pantheon in Roma durante i restauri del 1925 mostra chiaramente il problema. Consideriamo i risultati di queste analisi sulle cupole una sorta di "benchmark" del metodo proposto in quanto esistono valori di confronto (ad esempio [3]) che confortano i risultati da noi ottenuti. Considerando la cupola di minimo spessore, i risultati ottenuti sono prossimi a quelli "obiettivo" (in figura 10 una sezione della cupola e in fig. 12 da [3]). Infatti, essendo la cupola di minimo spessore, l'eccentricità della linea delle pressioni è pressoché unitaria. La figura 12 mostra come in effetti la cupola sia tale solo da un punto di vista architettonico in quanto si comporti in effetti come un assemblaggio di archi.

Analisi di un cantonale: esempio di un'applicazione del tutto generale

Come già detto, il nostro scopo non è quello dell'analisi degli archi e delle cupole. Abbiamo usato queste tipologie di strutture perché ben note ed adatte a effettuare dei confronti, ma il nostro scopo è quello, dichiarato, di proporre uno strumento generale di verifica dei meccanismi fuori piano delle strutture murarie. Abbiamo quindi, a fini espositivi, scelto uno dei meccanismi più tediosi da essere affrontati "a mano", quello del cantonale.



Fig. 13 – Modello per analisi cinematica da [4]

La figura 13 è tratta da [4] e rappresenta il modello cinematico di un cuneo le cui dimensioni ed i cui carichi devono essere estrapolati dal progettista. Inoltre il progettista deve scegliere tra le tante ipotesi di collasso quella più pertinente. L'analisi FEM con il metodo della eccentricità della linea di pressione non richiede la classificazione del meccanismo e la ridefinizione di carichi e geometria.



Fig. 14 - Eccentricità della linea delle pressioni in un cantonale

In figura 14 la mappa in colori della eccentricità della linea delle pressioni ottenuta con il metodo proposto. La geometria e i valori limite sono in ottimo accordo con i risultati dell'analisi limite. Il valore di eccentricità "e" della linea delle pressioni ottenuta in questo esempio è 0.6181 che implica un moltiplicatore di collasso 1-e=0.31. Con il modello cinematico (fig 13, Milani et al, [4]), con i

valori geometrici tratti dal modello FEM, si ottiene il valore di 0,35.

Quindi, configurazioni anche complesse possono essere trattate con questo metodo e soprattutto con una singola analisi si analizza il completo comportamento della struttura.

In un approccio FEM, inoltre, va notato, si possono facilmente modellare le relazioni di contatto, di attrito, nonché inserire tiranti e altro. E' anche ovvio che questo approccio può essere usato in analisi dinamica non lineare ottenendo la "storia" del moltiplicatore critico ovvero conducendo un'analisi cinematica non lineare.

La rappresentazione della linea delle pressioni è implementata in Nòlian della Softing.

Riferimenti

- [1] Blasi B., Foraboschi P, 'Analitycal approach to Collapse Mechanism of circular massonry Arch', Proc. AIMETA, 1989.
- [2] Heyman, J. (1969) 'The safety of masonry arches', *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 11, No. 4, pp.363–385.
- [3] Mahesh N. Varma, Siddarrtha Ghosh, (2019 'Finite element thrust line analysis of axisymmetric masonry domes', *Int. J. Masonry Research and Innovation Vol. 1, No. 1, 2016* 59
- [4] Milani, G., Lourenço, P. and Tralli, A. (2006) 'Homogenised limit analysis of masonry walls, Part I: Failure surfaces', *Computers and Structures*, Vol. 84, Nos. 3–4, pp.166–180.
- [5] Milano L., Mannella A., Morisi C., Martinelli A, 'Schede illustrative dei principali meccanismi di collasso locali negli edifici esistenti in muratura e dei relativi modelli cinematici di analisi', Reluis, n.d.
- [6] Zessin, J., Lau, W. and Ochsendorf, J. (2010) 'Equilibrium of cracked masonry domes', *Engineering and Computational Mechanics*, Vol. 163, No. 3, pp.135–145.